Bauen auf Nichts?*
Warum ontologisches ‚Fundieren' nicht klappt

Christopher von Bülow†

November 2003

Was den Ton der Darstellung anbetrifft, so wird man ihn, denke ich, zu der Würde des Gegenstandes stimmend finden. —Gottlob Frege (1899, 115)

Zusammenfassung

Die traditionellen Ontologen – soll heißen: diejenigen, die sich z. B. streiten, ob Universalien existieren oder nicht – versuchen, ein letztes Fundament zu bestimmen, auf dem alles beruht, was der Fall ist. Dazu schlagen sie jeweils gewisse Sorten von Entitäten als die Bausteine der Welt vor (z. B. Einzeldinge, Universalien, Tropen) sowie gewisse Verbindungen zwischen diesen (z. B. Exemplifikation), aufgrund von deren Vorliegen die Welt gerade so ist, wie sie ist. Ich untersuche diesen ‚fundierenden' Ansatz am Beispiel des Universalienproblems: „Was heißt es bzw. woran liegt es, wenn Einzeldinge bestimmte Eigenschaften haben oder in bestimmten Beziehungen zueinander stehen?"

Die allen konkurrierenden Theorien gemeinsame Strategie besteht darin, dass in Form der vorgeschlagenen Verbindungen zwischen den jeweiligen Entitäten Universalien einer höheren Stufe postuliert werden, die selbst nicht mehr zu den Entitäten (d. h. als existent) gerechnet werden. Fragen nach dem Wesen dieser Meta-Universalien sollen unterbunden werden, indem man diese für fundamental und unanalysierbar erklärt. Ich zeige, dass der fundierende Ansatz zumindest im Falle des Universalienproblems hoffnungslos ist: (1) Die traditionellen ontologischen Theorien erbringen keinerlei Erklärungsleistung. (2) Ihre ‚Erklärungen' sind (zwangsläufig) zirkulär. (3) Die konkurrierenden Theorien unterscheiden sich nur oberflächlich. (4) Die am überzeugendsten klingenden Argumente – die pragmatischen – gehen am Thema vorbei. (5) Die vorgeschlagenen Theorien sind nutzlos für die zugehörigen epistemologischen Fragen.

Ins Sprachliche gewendet heißt das: Man kann die grundlegenden Sorten von Entitäten nicht durch explizite Definitionen charakterisieren. Vielleicht helfen implizite Definitionen (so etwas wie Axiomensysteme für die zu erklärenden Begriffe)? Ein Ausflug in die strukturalistische Philosophie der Mathematik erhellt, wie implizite Definitionen funktionieren: Sie legen Strukturen fest, die von geeigneten Systemen exemplifiziert werden. Aber was sind Strukturen? Keine der verschiedenen Richtungen des Strukturalismus hat eine zufriedenstellende Antwort.

*Beim Erarbeiten dieser Ideen habe ich von Gesprächen mit Bernd Buldt, Igor Douven, Ludwig Fahrbach, Christoph Fehige, Wolfgang Freitag, Volker Halbach, Jacob Rosenthal, Anne Mone Sahnwaldt, Wolfgang Spohn, Holger Sturm und Bernhard Thöle profitiert.

†eMail: `Christopher.von.Buelow@uni-konstanz.de`; Website: `www.uni-konstanz.de/FuF/Philo/Philosophie/philosophie/88-0-NoName.html`.

Inhaltsverzeichnis

1 Das Elend der traditionellen Ontologie

1.1 Ontologische Fragen und epistemische Hintergründe

In der Ontologie wird versucht, Fragen des folgenden Typs zu beantworten:

- Was sind X'e? (Was ist ihr Wesen, ihre Natur?)
- *Gibt* es X'e?
- *Wie* existieren X'e? (Sind sie z. B. Grundbausteine der Welt? Existieren sie notwendigerweise?)

Fragen dieses Typs werden auch im Alltag gestellt, wo sie meist leichter und nutzbringender beantwortet werden können. Auf die Frage „Was sind Einhörner?" kann man entgegnen: „Einhörner sind sowas wie Pferde mit einem einzelnen Horn auf der Stirn." Wer diese Antwort gibt (nennen wir sie *Anna*), setzt u. a. voraus, dass der Fragesteller (nennen wir ihn *Otto*) weiß, was Pferde und Hörner sind, was die Stirn eines Pferdes ist und wie sich darauf ein Horn befinden kann. Unter diesen Umständen wird die Antwort Otto hilfreich sein. Wenn Otto weiß, dass Pferde landlebende Tiere sind und wo solcherlei Tiere auftauchen können, dann wird er vielleicht weiter fragen, wo Einhörner leben bzw. wo er welche finden kann: in Afrika oder in Asien vielleicht? in Steppen oder in Wäldern? In diesem Fall wird es für ihn informativ sein, wenn Anna hinzufügt, dass es keine Einhörner gibt. Otto kann sich dann darauf einstellen, dass er in keinem Zoo und auf keiner Safari jemals einem Einhorn begegnen wird.

Auf Ottos Frage „Was sind Primzahlen?“ kann Anna erwidern: „Primzahlen sind Zahlen $\neq 1$, die nur durch 1 und sich selbst teilbar sind.“ Damit diese Antwort für Otto brauchbar ist, muss er „Zahl“ als „natürliche Zahl“ $(0, 1, 2, \dots)$ verstehen und wissen, was natürliche Zahlen sind, was die 1 ist, was es heißt, dass eine natürliche Zahl durch eine andere teilbar ist, und dass für die Teilbarkeitsbeziehung hier auch nur natürliche Zahlen in Betracht gezogen werden. Dann kann er weiter fragen, wo unter den natürlichen Zahlen er denn diese Primzahlen findet, worauf Anna ihm entgegnen wird, dass z. B. 2, 3 und 5 Primzahlen sind, es aber noch unendlich viele weitere gibt. Damit wäre auch die Existenzfrage informativ beantwortet.

Im Alltag können also viele ontologische Fragen nutzbringend beantwortet werden, jeweils vor einem bestimmten epistemischen Hintergrund,[1] den Fragesteller und Befragter teilen. Dieser gemeinsame Hintergrund umfasst ein bestimmtes *Mindestvokabular* und Voraussetzungen über einen *Gegenstandsbereich*, ein ‚universe of discourse‘ (die Alltagswelt und speziell Tiere und Orte im ersten Beispiel, die natürlichen Zahlen im zweiten), über die *Eigenschaften*, die die Elemente des Gegenstandsbereichs haben können, und über die *Beziehungen*, die zwischen ihnen vorliegen können.[2]

Wenn Otto nun aber besonders unwissend, arglistig oder ein Ontologe ist, dann wird er vielleicht noch weiter fragen: „Was sind Pferde?“ – „Bestimmte Tiere.“ – „Was sind Tiere?“ – „Bestimmte konkrete physikalische Gegenstände.“ – „Und was sind konkrete physikalische Gegenstände?“ – Mit jeder neuen Frage stellt sich heraus, dass (oder wird so getan, als ob) der gemeinsame Hintergrund kleiner ist als gedacht. Es gibt immer weniger, was Anna als bekannt voraussetzen darf, und entsprechend wird es für sie immer schwieriger zu antworten.

Analog kann Otto bei den Primzahlen vorgehen: „Was sind (natürliche) Zahlen?“ – Daraufhin wird Anna wahrscheinlich ratlos mit den Achseln zucken. Wenn sie Mathematikerin ist, kann sie sich noch auf die Mengenlehre als Hintergrund zurückziehen und erklären, wie man etwa aus der leeren Menge und einer geeigneten ‚Nachfolger‘bildungsoperation die natürlichen Zahlen konstruieren kann. – „Und was sind Mengen?“ – Wieder ist der postulierte gemeinsame Hintergrund auf ein Nichts zusammengeschnurrt. Es entsteht der Eindruck, man wüsste gar nicht, worüber man bis dahin immer geredet hat: Wer nicht erklären kann, was natürliche Zahlen (bzw. Mengen) sind, der *weiß* es offenbar nicht. Wer nicht erklären kann, was konkrete physikalische Gegenstände sind, der weiß anscheinend noch nicht einmal, was Pferde (oder Einhörner) sind.

Wenn Otto Anna so weit getrieben hat, muss sie sich fragen, welche Gegenstände, Eigenschaften und Beziehungen sie denn überhaupt noch als bekannt voraussetzen darf. Und wenn sie nichts mehr voraussetzen darf, wie soll sie dann noch weitere Erklärungen geben?

---

[1] besser, aber weniger schnittig: „Überzeugungshintergrund“, oder vielleicht „Gesprächsbasis“? „Hintergrundannahmen“?

[2] Es ist also ähnlich wie in der Mathematischen Logik und Modelltheorie, wo man jeweils eine (formale) Sprache $\mathcal{L}$ hat, die bestimmte Relationszeichen („Prädikate“, eventuell mehrstellig), Funktionszeichen („Kennzeichnungen“?) und Konstanten („Namen“) verwendet, sowie eine Trägermenge von Gegenständen, die durch geeignete Interpretation der Zeichen zu einer $\mathcal{L}$-Struktur wird. – Den Begriff „Struktur“ werde ich allerdings später (Shapiro 2000 folgend) in einem anderen Sinne verwenden, wonach *Systeme* (z. B. eine $\mathcal{L}$-Struktur) eine bestimmte Struktur *haben* können.

1.2 Das Universalienproblem und seine ‚Lösungen'

Hier schafft der Ontologe Abhilfe: Er führt einige neue Begriffe ein, die noch allgemeiner und grundlegender als der in Frage stehende Begriff X sein sollen, und versucht, mit deren Hilfe die X'e zu erklären. So kann er beispielsweise mit dem Universalienproblem umgehen: Wir reden dauernd davon, dass gewisse Gegenstände so und so sind, d.h. dass sie bestimmte Eigenschaften haben oder in bestimmten Beziehungen zueinander stehen. Aber was hat es mit diesen Eigenschaften und Beziehungen auf sich? Sind das ebenfalls Gegenstände? Wenn ja, dann sind sie Gegenstände eines ungewöhnlichen Typs: Während normale (konkrete physikalische) Gegenstände immer nur an einem bestimmten Ort sind, scheinen Eigenschaften in gewissem Sinne an vielen Orten gleichzeitig sein zu können, nämlich überall da, wo ein Gegenstand mit der betreffenden Eigenschaft ist. Jeder Grashalm auf einer grünen Wiese ist grün; die Eigenschaft, grün zu sein, ist also irgendwie ‚in' oder ‚an' jedem einzelnen Halm. Dabei liegt die Eigenschaft aber nicht irgendwie verstreut vor, so dass einzelne Grashalme nur jeweils einen kleinen Teil von ihr abbekämen. Vielmehr hat jeder Halm die Eigenschaft voll und ganz. Für Beziehungen ist es ähnlich, aber noch komplizierter, weil sie zwischen mehreren Gegenständen bestehen. Ludwig ist kleiner als Jacob, und Jacob ist kleiner als ich; die Beziehung „ist kleiner als" besteht also zwischen Ludwig und Jacob sowie zwischen Jacob und mir – und zwischen vielen anderen Leuten. Eigenschaften und Beziehungen sind sozusagen multi-instanziierbar oder universell ‚anwendbar'; deswegen werden sie *Universalien* genannt. Wie sollen wir das Verhältnis zwischen Gegenständen und Universalien verstehen? Und natürlich: Was *sind* Universalien? Gibt es sie?

Fassen wir die normalen Gegenstände zusammen in einer Menge U (wie „Universum") und nehmen wir an, unter den uns bekannten Universalien befinden sich die Eigenschaft G (wie „grün") und die (zweistellige) Beziehung K (wie „kleiner"). Wir suchen nach einer Erklärung dafür, was es z.B. heißt, dass ein $x \in \mathsf{U}$ die Eigenschaft G hat bzw. dass $x, y \in \mathsf{U}$ in der Beziehung K zueinander stehen. Und dabei geht es uns nicht darum, speziell die Farbe Grün oder Größenverhältnisse erklärt zu bekommen. Vielmehr wollen wir eine systematische Antwort, eine, die genau so auch für alle anderen Universalien funktioniert.

Eine mögliche Antwort gibt der Universalienrealist:[3] „Universalien sind etwas völlig anderes als Gegenstände. Normale Gegenstände nenne ich *Einzeldinge*. Dass der Grashalm x grün ist, bedeutet nun nichts anderes, als dass das Einzelding x das Universale G *exemplifiziert*. Und x ist kleiner als y genau dann, wenn das *Paar* aus x und y das Universale K exemplifiziert."[4] Wenn wir den Universalienrealisten bitten, uns die Beziehung des Exemplifizierens näher zu erläutern, dann wird er uns schnell unterbrechen: „So darf man das nicht sagen! Exemplifikation ist keine Beziehung, kein Universale wie etwa K; sie ist ein *Nexus*. Einzeldinge und Universalien brauchen diesen Nexus, um zusammenzukommen, aber über die Exemplifikation hinaus braucht es nichts Zusätzliches, damit Einzeldinge Universalien exemplifizieren; Exemplifikation liegt einfach vor oder eben nicht. Der Nexus des Exemplifizierens ist ein basaler Aspekt der Wirklichkeit, der auf nichts anderem mehr beruht und nicht weiter analysiert werden kann."[5]

[3] Ich orientiere mich für das Folgende an Loux 1998.

[4] Wir verkneifen es uns zu fragen, ob denn *Paare* von Einzeldingen auch Einzeldinge sind oder was sie sonst sind. In der Terminologie, die ich später verwende, müsste ich vielleicht sagen, Paarbildung ist eine Meta-Funktion, die (Meta-)Paare von Einzeldingen auf Einzeldinge abbildet.

[5] Der Universalienrealist wird vielleicht versuchen zu vermeiden, von ‚der Exemplifikation' und ‚dem

Es scheint, als hätten wir etwas dazugelernt. Aber die universalienrealistische Position ist nicht unumstritten. Nominalisten z. B. sind der Ansicht, dass es Universalien nicht gibt. Alles, was existiert, sind Einzeldinge. Das sind allerdings nicht unbedingt nur die normalen Gegenstände. Der tropentheoretische Nominalist etwa meint: „Die angeblichen Universalien existieren in Wirklichkeit tatsächlich nur verstreut, auf normale Gegenstände aufgespalten. *Die* Eigenschaft, grün zu sein, gibt es nicht; es gibt nur das Grün-Sein *dieses* Grashalms, das Grün-Sein *jenes* Grashalms, usw. Diese lokalisierten, partikularisierten Attribute, diese Eigenschaften-als-Einzeldinge, nenne ich *Tropen*. Das Grün-Sein dieses Halms ist eine ganz andere Trope als das Grün-Sein jenes Halms. Es gibt keine mysteriöse Entität, die irgendwie in beiden Grashalmen gleichzeitig voll und ganz vorliegt." Wenn wir ihn fragen, wie es denn kommt, dass dieser Grashalm offenbar die gleiche Farbe hat wie jener, aber eine andere als die Tomate nebendran, so antwortet er: „Es gibt kein Farb-Universale, das zwei verschiedenen grünen Grashalmen gemeinsam wäre. Jeder hat seine eigene Farb-Trope, so wie die Tomate die ihre hat. Wenn dieser Halm verwelkt, dann vergeht mit ihm auch seine Grün-Trope und ist für immer verschwunden. Was die beiden Grashalme einander ähnlich macht und sie von der Tomate unterscheidet, ist, dass die Farb-Tropen der beiden Grashalme einander (vielleicht sogar *exakt*) *gleichen* oder *ähneln*, der Farb-Trope der Tomate jedoch nicht." Wenn wir den Tropentheoretiker weiter fragen, worin die Ähnlichkeitsbeziehung zwischen Tropen genau besteht,[6] dann wehrt er ab: „Das ist keine Beziehung, kein Universale! Tropen ähneln einander einfach oder eben nicht. Das kann man nicht mehr weiter erklären; das ist ein primitiver, unanalysierbarer Aspekt der Welt."

Oh je, jetzt haben wir zwei konkurrierende Lösungsvorschläge für unser ontologisches Problem! Welche von beiden Theorien stimmt? Oder sind sie beide falsch und wir müssen die Antwort auf unsere Fragen bei einer der vielen weiteren ontologischen Theorien suchen, die auf dem Markt sind?

1.3 Meta-Ontologie

Zum Glück können wir uns die Qual der Wahl ersparen. Ontologische Theorien dieses Typs liefern nur Scheinerklärungen; sie berufen sich auf eine ausgeklügeltere *virtus dormitiva*, auf ontologische ‚skyhooks'.[7] Was macht denn der Universalienrealist, um zu erklären, wie Gegenstände aus $\mathfrak{U}$ Eigenschaften haben bzw. in Beziehungen zueinander stehen können? Er setzt uns ein neues Universum $\mathfrak{U}_R \supset \mathfrak{U}$ vor die Nase, das alles enthält, was ‚existiert', soll heißen: alle von ihm anerkannten Entitäten. Um die verschiedenen von ihm benötigten Sorten („Kategorien") von $\mathfrak{U}_R$-Elementen unterscheiden zu können, führt er zwei neue Begriffe ein: die einstelligen Prädikate $\mathcal{D}$ („[Einzel-]Ding") und $\mathcal{U}$ („Universale"). Um darüber hinaus erklären zu können, was es heißt, dass Einzeldinge Eigenschaften haben oder in Beziehungen zueinander stehen können, führt er noch das zweistellige Prädikat $\mathcal{E}$ („exemplifiziert") ein. Für Entitäten $x, y, z \in \mathfrak{U}_R$ mit $\mathcal{D}x$, $\mathcal{D}y$ und $\mathcal{U}z$ kann man dann fragen, ob das Einzelding x die Eigenschaft z hat bzw. ob x und y in der Beziehung z zueinander stehen (jeweils geeignete Stelligkeit von z vorausgesetzt). Das ist genau dann der Fall, wenn $x \, \mathcal{E} \, z$

Exemplifizieren' zu reden, weil die Verwendung von Substantiven den Eindruck erweckt, man hätte es mit einer weiteren Entität neben den Einzeldingen und den Universalien zu tun. Die dazu nötigen sprachlichen Verrenkungen habe ich mir hier aber erspart.

[6] Mit gleichem Recht könnte man fragen, wie die „hat"-Beziehung zwischen normalen Gegenständen und Tropen zustandekommt.

[7] Diesen Ausdruck verwendet Dennett (1995) in anderem Zusammenhang.

respektive $\langle x, y\rangle \ \mathcal{E}\ z$ gilt. Dass x grün ist, wird also durch $x \mathcal{E} G$ erklärt, dass x kleiner als y ist, durch $\langle x, y\rangle \ \mathcal{E}\ K$.

Der Universalienrealist hat das Universalienproblem für U durch die Einführung von ‚Meta-Universalien' $\mathcal{D}, \mathcal{U}, \mathcal{E}$ ‚gelöst'. Als Entitäten, d. h. als existent, erkennt er nur die Elemente von U_R an, nicht $\mathcal{D}, \mathcal{U}, \mathcal{E}$; die Meta-Universalien, die in seiner Darstellung die eigentliche Arbeit leisten sollen, werden sozusagen hinter die Kulissen verbannt. Den natürlichen Einwurf, was $\mathcal{D}$, $\mathcal{U}$ und $\mathcal{E}$ sind und wie sie funktionieren, bügelt er ab, indem er sie für fundamental und unanalysierbar erklärt. Aber all diesen Manövern zum Trotz hat der Realist das Universalienproblem offensichtlich bloß auf eine künstlich eingeführte tiefere Ebene verlagert.

Der Tropentheoretiker kriegt es nicht besser hin. Er erweitert U um die Tropen zu $U_T \supset U$ und führt ebenfalls Meta-Universalien auf seinem neuen Universum ein, die die gewünschte Erklärungsleistung liefern sollen, aber wiederum nicht als Entitäten anerkannt werden. Sein $\mathcal{D}$ (wie „[Einzel-]Ding") trifft auf *alle* Elemente von U_T zu; die attributartigen Entitäten pickt er sich mittels der Meta-Eigenschaft $\mathcal{T}$ (wie „Trope") heraus. Dann braucht er noch eine Meta-Relation $\mathcal{H}$ (wie „hat"), die die Verbindung zwischen normalen Gegenständen und Tropen herstellt, und eine Meta-Relation $\mathcal{G}$ (wie „gleich") zwischen Tropen, die ihm ermöglicht zu erklären, warum verschiedene Gegenstände scheinbar dieselbe Eigenschaft haben: weil sie verschiedene, aber exakt gleichartige Tropen haben. Fragen danach, wie diese *Meta-*Universalien funktionieren, werden wiederum effektiv verboten.

Einen Typ von ontologischer Theorie, der auf den ersten Blick ohne Meta-Universalien auszukommen scheint, habe ich bislang unterschlagen: den ‚strengen' Nominalismus („austere nominalism"), wie ihn Loux (1998, 58 ff.) nennt. Der strenge Nominalist geht davon aus, dass *nur* die konkreten physikalischen Gegenstände existieren. Der Satz „Dieser Grashalm ist grün" ist einfach deswegen wahr, weil dieser Grashalm halt grün ist, fertig. Das ist zwar nicht sehr informativ, aber wenigstens macht der strenge Nominalist so weit kein großes Brimborium mit seltsamen Meta-Universalien, deren Existenz nachher geleugnet werden muss. Doch fragt man ihn weiter, wie es denn kommt, dass dieser Grashalm dieselbe Farbe hat wie jener, dann hört man: „agreement in attribute [is] a fundamental and unanalyzable feature of the world" (Loux 1998, 59). Also hat selbst der strenge Nominalist (zumindest in Loux' Darstellung) Meta-Relationen hinter den Kulissen versteckt, in diesem Beispiel Farbgleichheit.[8]

Der strenge Nominalismus ist noch das fairste Angebot auf dem Markt, weil sein Modell nicht mit Spoilern und Rallyestreifen aufgetakelt ist, die sich nachher nur als teurer Ballast herausstellen. Aber auch er verlässt sich auf Meta-Universalien, die er als Entitäten verleugnet.

Den hier an drei Beispielen (Universalienrealismus, Tropentheorie, strenger Nominalismus) vorgeführten ontologischen Ansatz nenne ich *traditionelle Ontologie*. Dieser Ansatz beruht auf der Annahme, ontologische Fragen müssten und könnten im Rückgriff auf eine Art von letztem ontischen Fundament beantwortet werden, das die Grundbausteine der Welt enthält und auf dem alles basiert, was existiert bzw. der Fall ist. (Der strenge Nominalismus ist von diesem Typ: Er versucht die normalen Phänomene selbst als Fundament zu verwenden.) Neben den drei von mir betrachteten ontologischen Positionen gibt es sicher noch viele weitere Positionen

[8]Oder ist Farbgleichheit einfach nur eine weitere *gewöhnliche* Beziehung, wie die Kleiner-Relation? In diesem Falle kann der strenge Nominalist seine alte Taktik wiederverwenden und sagen, der Satz „Dieser Grashalm hat die gleiche Farbe wie jener" sei einfach deswegen wahr, weil dieser Grashalm halt die gleiche Farbe hat wie jener.

und Varianten von solchen, die ich hier aber nicht betrachte. Die drei Positionen, die ich betrachte, stelle ich zudem stark vereinfacht dar. Meine Weglassungen geschehen, um mir und dem Leser einen unverhältnismäßigen Aufwand zu ersparen. Ich glaube, dass man die übrigen bzw. die unvereinfachten Positionen auf ganz analoge Weise wie hier kritisieren kann. Weiter glaube ich, dass man die Vorschläge der traditionellen Ontologie auf anderen Gebieten als dem Universalienproblem auf ähnliche Weise wie hier kritisieren kann.

1.4 Kritik der traditionellen Ontologie

Was die Antwortstrategien der traditionellen Ontologen angeht, zeichnet sich ein Muster ab: Wenn die ontologischen Fragen so allgemein werden, dass wir sie von unserem gewohnten epistemischen Hintergrund aus offenbar nicht mehr beantworten können, wenn sie also für die Ontologie erst richtig interessant werden, dann wird der Hintergrund künstlich erweitert. Mit dem neuen Vokabular und den zusätzlichen Hintergrundannahmen können die alten Fragen in gewissem Sinne beantwortet werden – jedoch um den Preis, dass neue Fragen desselben Typs aufgeworfen werden, die noch rätselhafter sind. Diese neuen Fragen versucht der Ontologe zu unterdrücken, indem er das jeweilige Zusatzinstrumentarium, das bei ihm die Arbeit leisten soll (die Meta-Universalien), in seinem Entitätenkatalog verschweigt und damit so tut, als existiere es nicht. Er behauptet, die allgemeinstmöglichen Fragen zu beantworten und dabei auf *nichts* aufzubauen. Es sollte nicht überraschen, dass das nicht funktioniert.[9]

1.4.1 Traditionelle ontologische Theorien leisten nichts

Traditionelle ontologische Theorien wollen Erklärungen sein, haben aber tatsächlich keine Erklärungskraft; sie helfen uns nicht, die Welt besser zu verstehen. Michael Friedman (1974) charakterisiert Erklärungen dadurch, dass sie das vereinheitlichen, was wir als grundlegend akzeptieren müssen: Eine Erklärung hilft uns, indem sie uns erlaubt, statt vieler voneinander unabhängiger Fakten nur noch einige wenige als nackte Tatsachen hinnehmen zu müssen.[10] Was für uns vorher isolierte Einzelfakten waren, können wir dank der Erklärung sozusagen als verschiedene Facetten ein und derselben umfassenden Tatsache erkennen.

Aber scheint es nicht so, als würden traditionelle ontologische Theorien auch etwas Derartiges leisten? Z. B. könnte doch jemand sagen, die universalienrealistische Theorie erklärt so grundverschiedene Phänomene wie, dass manche Objekte grün sind und dass manche Objekte kleiner sind als andere, durch eine einzige Sorte Sachverhalt: dass manche Einzeldinge bestimmte Universalien exemplifizieren. – Aber das scheint nur wie eine Vereinheitlichung von Phänomenen; tatsächlich ist es bloß eine Vereinheitlichung von Redeweisen. Statt „Gx" und „$x\ K\ y$" können wir jetzt einheitlich „$x\,\mathcal{E}\,G$" und „$\langle x, y\rangle\ \mathcal{E}\ K$" sagen; statt über ‚Eigenschaften' und ‚Beziehungen' können wir jetzt einheitlich über ‚Universalien' reden. Das ist tatsächlich

[9] Lektüre des ersten und des letzten Kapitels von Armstrong 1989 zeigt, dass auch seine Darstellung der Lösungsansätze für das Universalienproblem meinen Vorwürfen anheimfällt. Neben Varianten der hier betrachteten Theorien erwägt Armstrong eine Form von Nominalismus, bei der neben den normalen Einzelgegenständen noch ‚natürliche' Klassen (von Einzelgegenständen oder von Tropen) existieren. Dabei wird als Meta-Universale die Element-Beziehung verwendet – natürlich ohne im Entitätenkatalog verbucht zu werden.

[10] Das ist vergleichbar mit einer eleganten Axiomatisierung einer mathematischen Theorie.

ein Verdienst der traditionellen Ontologie, aber es ist nicht das, was sie eigentlich zu leisten beansprucht.

Eine Vereinheitlichung von Phänomenen erfordert mehr: Dazu müsste eine ontologische Theorie etwas darüber sagen, welche Einzeldinge welche Universalien exemplifizieren, bzw. welche Tropen sie haben, usw. Wenn wir erfahren, dass dieser Grashalm grün ist, können wir zwar darauf schließen, dass er das Universale Grünheit exemplifiziert, aber daraus können wir z. B. nicht weiter erschließen, welche Universalien er sonst noch exemplifiziert oder welche anderen Einzeldinge noch Grünheit exemplifizieren. Genauer: Wenn wir solche Schlüsse von Beobachtetem auf Unbeobachtetes doch ziehen können, dann nur deswegen, weil wir das schon ohne die ontologische Theorie einfach aufgrund unseres normalen Wissens über die Welt tun konnten. Traditionelle ontologische Theorien ‚ersetzen bloß eine nackte Tatsache durch eine andere'.[11] Genauso gut könnte man jede beliebige Warum-Frage beantworten mit: „Weil Gott es so will." Der Vorzug des strengen Nominalismus ist, dass er gar nicht erst versucht, den Phänomenen etwas anderes als Fundament unterzuschieben, sondern stattdessen entgegnet: „Weil es halt so ist."

1.4.2 Die ‚Erklärungen' der traditionellen Ontologie sind zirkulär

Wer das Universalienproblem zu lösen versucht, indem er sich auf ein Fundament von neu eingeführten Meta-Universalien beruft, der kriegt zwangsläufig ein Regressproblem: Wie kommt es, dass die von ihm postulierten Entitäten bestimmte *Meta*-Universalien exemplifizieren? – Dass Ludwig kleiner ist als Jacob, beruht für den Universalienrealisten darauf, dass ⟨Ludwig, Jacob⟩ die Kleiner-Relation exemplifiziert. Aber worauf beruht die Tatsache, dass ⟨Ludwig, Jacob⟩ zur Kleiner-Relation in der Meta-Relation des Exemplifizierens steht? – Für den Tropentheoretiker beruht das Größenverhältnis zwischen Ludwig und Jacob darauf, dass das Paar ⟨Ludwig, Jacob⟩ eine (ganz persönliche) Kleiner-Trope hat. Aber woran liegt es, dass ⟨Ludwig, Jacob⟩ zu dieser Kleiner-Trope in der Meta-Beziehung des Habens steht? – Dass dieser und jener Grashalm die gleiche Farbe haben, erklärt der strenge Nominalist damit, dass sie farbgleich zueinander sind. Doch wie kommt es, dass diese Meta-Relation zwischen ihnen vorliegt?

Das Explanans der jeweiligen ‚Erklärung' hat in allen Fällen wieder dieselbe allgemeine Struktur wie das Explanandum, d. i. gerade die Struktur, die aufgeklärt werden sollte: Irgendwelche (Meta-)Gegenstände exemplifizieren irgendwelche (Meta-)Universalien. Die Folgefragen, die seine jeweilige Erklärung dadurch unweigerlich aufwirft, verbietet der traditionelle Ontologe, indem er das betreffende Meta-Universale für fundamental und unanalysierbar erklärt. Das aber hätte man auch schon mit den ursprünglichen Universalien tun können, wie es der strenge Nominalist versucht.

Wer die ‚Erklärung' eines traditionellen Ontologen schluckt, ist sogar insofern in einer schlimmeren Situation als vorher, als das neu eingeführte Zusatzinstrumentarium noch mysteriöser und schlechter verstanden ist als die dadurch ‚erklärten' Begriffe. Das in neuem Gewand wieder aufgetauchte Universalienproblem ist so noch schwerer handhabbar als zuvor.

---

[11] Diese Formulierung gebraucht Friedman (1974, 14) in anderem Zusammenhang.

1.4.3 Die Mengenlehre im Vergleich

Wenn man ‚die' Explikation der natürlichen Zahlen mit Hilfe des Mengenbegriffs in diesen Kontext stellt, muss auch sie sich die angeführten Vorwürfe gefallen lassen? – Der zweite (Zirkularität) trifft nicht zu: Es werden zwar mathematische Gegenstände durch andere mathematische Gegenstände erklärt, aber nicht Zahlen durch Zahlen (oder durch Zahlen in mehr oder weniger leicht durchschaubarer Verkleidung). Das einzige, was von diesem Kritikpunkt an der Mengenlehre hängenbleibt, ist, dass die als Fundament verwendeten Mengen viel schlechter verstanden sind als die dadurch erklärten Zahlen. Wie schlecht Mengen ursprünglich verstanden waren, zeigte das Auftreten der Russellschen Antinomie.[12] Dass sie auch heute noch nicht gut verstanden sind (viel schlechter als die natürlichen Zahlen), sieht man daran, dass keine Einigkeit darüber besteht, ob etwa das Auswahlaxiom und die Kontinuumshypothese ‚zutreffen' oder nicht. Und schließlich kann man nach allen axiomatischen Antworten immer noch weiter fragen: „Aber was *sind* Mengen?"

Der erste Vorwurf (mangelnde Erklärungsleistung) trifft in diesem Fall gleichermaßen nicht zu: Das Mengenuniversum ist auch für sich interessant; es hat eine eigene Struktur, die unendlich viel mehr umfasst als nur die natürlichen Zahlen und alle sonstigen bislang betrachteten mathematischen Gegenstände (die sich sämtlich im Mengenuniversum rekonstruieren lassen). Man kann interessante, teilweise überraschende und sogar kontraintuitive Theoreme[13] über diese Struktur beweisen, die es ermöglichen, die Verdienste der Theorie auch unabhängig von der Explikation der natürlichen Zahlen zu bewerten.

Die Reichhaltigkeit der Mengenlehre hebt ihre Schwäche beim zweiten Punkt auf: Wir verzeihen ihr, dass ihre Gegenstände weniger klar umrissen sind als die gewohnten, weil sie dermaßen viel leisten. (Allerdings werde ich später argumentieren, dass auch diese Antwort auf die Frage, was Zahlen sind, misslungen ist.) Ein ähnlicher Fall ist die theoretische Physik, die die gewohnten physikalischen Gegenstände und deren Verhalten auf immer seltsamere Elementarteilchen (Quarks, Strings, Branes) zurückführt.

1.4.4 Die Zirkularität ist unvermeidbar

Aber wenn Mathematik und Physik halbwegs brauchbare, informative Antworten auf ontologische Fragen haben, warum soll das nicht für die traditionelle Herangehensweise an das Universalienproblem möglich sein? Warum sollte ausgeschlossen sein, dass eines Tages ein traditioneller Ontologe eine ähnlich fruchtbare Theorie vorlegt?

Was immer der traditionelle Ontologe als metaphysische Unterfütterung aller wahren Subjekt–Prädikat-Sätze anbietet (Exemplifikation von Universalien, Haben von Tropen etc.), muss selbst wieder in Subjekt–Prädikat-Sätzen beschrieben sein, damit es kommunizierbar ist. D.h. er kommt in seiner Erklärung nicht umhin, irgendwelche ‚Universalien' von irgendwelchen ‚Gegenständen' zu prädizieren, ob er diese jetzt so nennt (oder überhaupt als Entitäten akzeptiert) oder nicht. Aber damit ist seine Erklärung zirkulär.

---

[12] In der naiven Mengenlehre kann man die Menge R aller Mengen, die nicht Element von sich selbst sind, definieren, also $R := \{x \mid x \notin x\}$. Damit ist dann aber $R \in R$ genau dann, wenn $R \notin R$ ist – ein Widerspruch.

[13] z. B. die Äquivalenz von Auswahlaxiom (intuitiv plausibel), Zornschem Lemma und Wohlordnungssatz (kontraintuitiv)

Dieses Problem haben die Physik und die Reduktion der Mathematik auf die Mengenlehre nicht: Sie geben gar nicht vor, Antworten auf die Fragen zu haben, was Mengen bzw. Quarks *eigentlich* sind und was die Element-Beziehung *eigentlich* ausmacht. Sie versuchen nicht, *alle* „Was ist“-Fragen auf einen Schlag zu erhellen, sondern nur *einige*, und dies um den Preis, dass sie nachher mit neuen offenen „Was ist“-Fragen dastehen.

1.4.5 Die konkurrierenden Theorien unterscheiden sich nur oberflächlich

Wie schlecht es um die traditionelle Ontologie bestellt ist, merkt man auch an der dort herrschenden Beliebigkeit: Man kann die abstrusesten Theorien aufstellen und sie alle mit plausibel klingenden Argumenten begründen. Oberflächlich widersprechen sie sich alle, aber an gewöhnlichen Sachverhalten kommt letzten Endes immer nur heraus, was wir ohnehin schon wussten, keine überraschenden Vorhersagen. Ob man die eine oder die andere Theorie vertritt, beruht wahrscheinlich auf ähnlichen biographischen Zufälligkeiten wie, welchen Fußballverein man unterstützt.

Besonders leicht ist die weitgehende Übereinstimmung beim Vergleich von Universalienrealismus und Tropentheorie zu zeigen. Wenn man sich nur das anhört, was die Vertreter der beiden Theorien sagen, so scheint es klare Unterschiede zu geben: Der eine hat Universalien in seinem Entitätenkatalog, der andere nicht; für den einen gibt es an Einzelgegenständen nur die normalen, für den anderen gibt es daneben als ‚unnormale‘ Einzelgegenstände auch noch die Tropen. Wenn man sich aber überlegt, was die beiden Theorien jeweils für einen Informationsgehalt haben – soll heißen, was bei ihnen implizit noch so alles mit drinsteckt –, dann verblassen fast alle Unterschiede.

Wo der Tropentheoretiker das Haben einer Trope sieht, da sieht der Universalienrealist die Exemplifikation eines Universales; aber wenn er den exemplifizierenden Einzelgegenstand neben dem Universale mitberücksichtigt, erhält er etwas Tropen-Analoges. Wo der Universalienrealist ein Universale sieht, da sieht der Tropentheoretiker nur viele einander gleichende Tropen; aber wenn er sich diese zu einer Gesamtheit zusammengefasst denkt, hat er ein Ersatz-Universale. Beide Theorien enthalten genau dieselbe Information; sie portionieren sie nur unterschiedlich.

In mathematischen Begriffen ausgedrückt: Der Universalienrealist kann die in seiner Theorie versteckten Tropen erhalten, indem er die Universalien jeweils mit den sie exemplifizierenden Einzeldingen ‚indiziert‘. D.h. ist $u \in U_R$ ein Universale, dann kann man die zugehörigen Tropen rekonstruieren als die Meta-Paare $\langle x, u \rangle$, wo x jeweils ein u exemplifizierendes Einzelding ist.[14] Ein Einzelding y *hat* die ‚Trope‘ $\langle x, u \rangle$ genau dann, wenn $y = x$ ist; und zwei ‚Tropen‘ $\langle x, u \rangle$, $\langle y, u' \rangle$ *gleichen* sich genau dann, wenn $u = u'$ ist.

Umgekehrt kann der Tropentheoretiker die in seiner Theorie versteckten Universalien erhalten, indem er den Bereich der Tropen in die Meta-Äquivalenzklassen bezüglich der Meta-Äquivalenzrelation des Gleichens zerlegt. D.h. ist $t \in U_T$ etwa eine Grün-Trope, dann lässt sich das Universale Grünheit als die Meta-Menge

$$\left\{ t' \in U_T \;\middle|\; \mathcal{T} t' \text{ und } t' \mathcal{G} t \right\}$$

rekonstruieren, die genau diejenigen Tropen t' enthält, die t gleichen (s. Unterabschnitt 1.3). Ein normaler Gegenstand x *exemplifiziert* dieses Pseudo-Universale genau dann, wenn er eine der Tropen darin hat.

[14] Eventuell ist x selbst ein Paar oder ein n-tupel, wenn u eine 2- bzw. n-stellige Relation ist.

Eine Schwierigkeit habe ich unterschlagen: Diese 1–1-Zuordnung zwischen universalienrealistischen und tropentheoretischen Modellen funktioniert so nur mit einem Universalienrealismus ‚aristotelischer' Prägung, der keine uninstanziierten Universalien zulässt. Zu uninstanziierten Universalien hat der Tropentheoretiker nämlich keine entsprechenden Tropen in seinem Entitätenkatalog. Ein Universalienrealist ‚platonischer' Prägung könnte z. B. das Universale *Einhorn* in seinem Katalog haben, das von keinem Einzelding exemplifiziert wird. Dieses Universale könnte nicht als Meta-Äquivalenzklasse von Tropen rekonstruiert werden, weil es mangels Einhörnern keine *Einhorn*-Tropen gibt.

Ich denke, diese Schwierigkeit lässt sich überwinden, wenn man die jeweilige Semantik der Alltagssprache mitberücksichtigt. Eine solche müssen die Ontologen ja mitliefern, wenn sie angeben wollen, wie normalsprachliche Sätze durch Features ihres Modells wahr oder falsch gemacht werden. Die Semantik muss ohnehin mit in Betracht gezogen werden, wenn man, wie ich, zeigen will, dass unter den verschiedenen ontologischen Darstellungen immer dieselben Sätze als wahr herauskommen. Auch um solche Vergleiche z. B. mit dem strengen Nominalismus anzustellen, ist dies notwendig. Diese Arbeit ist aber noch ungetan.

1.4.6 Die besten Argumente – die pragmatischen – gehen am Thema vorbei

Ein weiteres Indiz für die Zweifelswürdigkeit der traditionellen Ontologie ist die Tatsache, dass die besten Argumente für die objektiven Angelegenheiten, um die es angeblich geht, pragmatische Argumente wie Ockhams Rasiermesser sind: Welche Theorie ist sparsamer, welche eleganter? Pragmatische Kriterien haben jedoch nichts mit dem ‚Wesen der Realität' zu tun. Was spricht dagegen, dass die Welt im Grunde verschwenderisch und holprig zusammengeschustert ist?

Man wird sicher elegantere und natürlichere Theorien für die Praxis bevorzugen, wenn sie als Weltbeschreibungen ansonsten dasselbe leisten. Man bevorzugt sie aus pragmatischen Gründen: weil man sich durch diese Wahl seine Arbeit erleichtert, nicht weil sie korrekt(er) wären; denn die offensichtlich inkorrekten Theorien hat man ja vorher schon aussortiert. Wenn man dann einmal dazu übergegangen ist, eine bestimmte Theorie T zu benutzen (und sie nicht nur als Hypothese auszuwerten), dann redet und denkt man selbstverständlich so, als wäre T eine korrekte Beschreibung der Wirklichkeit, als wäre T wahr. Man gibt sozusagen seine Distanz zu der Theorie auf. Aber das macht sie nicht objektiv wahr, sondern nur zu einer Überzeugung. Wie nah T an der objektiven Wahrheit ist, ist eine andere Frage, bei deren Beantwortung es nur auf T's Widerspruchsfreiheit und gegebenenfalls T's empirische Adäquatheit ankommt.

1.4.7 Die vorgeschlagenen Theorien sind nutzlos für epistemologische Fragen

Wenn das Grün-Sein des Grashalms darauf beruht, dass er ein bestimmtes Universale exemplifiziert oder eine bestimmte Trope hat, usw., dann sollte man erwarten, dass wir ihn dadurch als grün *erkennen*, dass wir das Vorliegen der jeweiligen Meta-Beziehung zwischen dem Grashalm und dem betreffenden Universale (bzw. der betreffenden Trope, etc.) erkennen. Aber wie das vor sich gehen soll, ist erst recht mysteriös. Die billigste Lösung ist, einfach eine menschliche Fähigkeit herbeizupostulieren.

Die epistemologischen Fragen scheinen in der traditionellen Ontologie als nachrangig angesehen zu werden, vielleicht weil viele dort das Gefühl haben, dass Wahrnehmung für die ontologischen Fragen unproblematisch und irrelevant ist. In der Philosophie der Mathematik (s. Abschnitt 3), wo die sinnliche Wahrnehmung der betrachteten Gegenstände offensichtlich ausgeschlossen ist, werden diese Fragen ernster genommen.

1.5 Resümee

Nachdem sich die Route der traditionellen Ontologie als Sackgasse erwiesen hat, scheinen vier Wege übrigzubleiben, wie man mit ontologischen Fragen umgehen kann:

1. Man kann eingestehen, dass man keine brauchbaren Antworten hat und auch keine Vorstellung davon hat, wie sie aussehen könnten.

2. Man kann versuchen, sie als sinnlos zu entlarven.

3. Man kann versuchen, sie zu zähmen, indem man sie etwa als linguistische Fragen deutet.

4. Man kann grundlegend andere Sorten von Antworten in Betracht ziehen.

Die erste Option ist unbefriedigend. In manchen Situationen ist es sinnvoll, ein Ziel loszulassen, aber noch sind wir mit unserem Latein nicht am Ende. Carnap (1950) und Quine (1960) wählen m. E. eine Mischung aus den Optionen (2) und (3). Mir scheint, sie werden damit den ontologischen Fragen nicht gerecht: Es ist nicht alles Sprache; was wir sagen, muss sich an der Wirklichkeit messen. Und wenn man auf diese Fragen vielleicht auch prinzipiell keine endgültigen, erschöpfenden Antworten geben kann, so kann man, glaube ich, doch informativere Antworten geben, als es die traditionelle Ontologie tut. Insofern mindestens sind die Fragen sinnvoll. Daher sollten wir unser Glück mit der letzten Option versuchen. Ob dieser Weg gangbar und die Ablehnung von (2) und (3) daher gerechtfertigt ist, müssen die Früchte, die er trägt, erweisen.

In von Bülow 2003 versuche ich mich an eine konstruktive Antwort heranzutasten. Vorher will ich allerdings das Problem noch von einer anderen Seite beleuchten.

2 Explizite und implizite Definitionen

Die anfangs erwähnten ontologischen Fragen haben semantische Entsprechungen.[15] Statt zu fragen, was X'e sind, können wir auch fragen: „Was *mei*-nen wir eigentlich, wenn wir sagen – ‚X'?", bzw. kürzer:

- Was bedeutet „X"?

Anstelle von „Gibt es X'e?" und „Wie existieren X'e?" können wir fragen:

- Ist „X" ein ganz normaler Begriff? (Können wir über X'e quantifizieren, sind Identitätsaussagen für sie sinnvoll?)

- *Wie* sollen wir „X" verwenden? (In welchen Kontexten ist der Begriff sinnvoll?)

[15] Diesen Schritt von der ontologischen zur semantischen Betrachtungsweise nennt Quine „semantic ascent" (1960, § 56).

Die semantischen Fragen haben prima facie einen ganz anderen Gegenstand als die ontologischen: unsere Sprache, und nicht die Welt im allgemeinen. Aber über die Welt nachdenken oder reden können wir natürlich nur in sprachlicher Form, und so ist die Frage, wie es sich in der Welt verhält, für uns stets zugleich die Frage, wie wir (korrekterweise) über die Welt *sprechen* sollten.[16]

Wenn wir nun versuchen, die Bedeutung eines Begriffs „X" herauszuarbeiten, dann bietet sich zunächst eine Vorgehensweise an, die der der traditionellen Ontologie entspricht: Wir versuchen, eine *explizite Definition* von „X" anzugeben, also einen Satz der Gestalt

> Für alle x gilt: x ist ein X genau dann, wenn x folgende Bedingungen erfüllt: …

Das ist allerdings noch nicht ganz richtig. Bringen wir z. B. Annas Erläuterung, was Primzahlen sind, in diese Form:

> Für alle x gilt: x ist eine Primzahl gdw. x eine natürliche Zahl ist, $\neq 1$ ist und nur durch 1 und sich selbst teilbar ist.

Wenn wir anhand dieser Definition überprüfen wollen, ob Julius Cæsar eine Primzahl ist, dann werden wir auf folgende Äquivalenz verwiesen:

> Cæsar ist eine Primzahl gdw. Cæsar eine natürliche Zahl ist, $\neq 1$ ist und nur durch 1 und sich selbst teilbar ist.

Wir können davon ausgehen, dass Cæsar keine natürliche Zahl und insbesondere $\neq 1$ ist, aber es ist in jedem Fall unschön, dass überhaupt die Frage auftaucht, ob Cæsar *durch* 1 *teilbar* ist.[17] Solche sinnlosen Formulierungen werden vermieden, wenn wir die Bedingung, dass x eine natürliche Zahl ist, gleich im Allquantor einbauen, so dass sie für den Rest des Satzes quasi präsupponiert ist:

> Für alle natürlichen Zahlen x gilt: x ist eine Primzahl gdw. $x \neq 1$ ist und x nur durch 1 und sich selbst teilbar ist.[a]

[a] Aber wenn man das als $\forall x[x \in \mathbb{N} \to (\text{Primzahl } x \leftrightarrow \ldots)]$ liest, dann kriegt man dasselbe Problem doch wieder!? – Vermutlich muss man die Bereichsbeschränkung wirklich in den Quantor einbauen, d. h. jeweils einen bestimmten Gegenstandsbereich voraussetzen.

In dieser Form werden explizite Definitionen üblicherweise auch vorgelegt:

> Für alle Y's x gilt: x ist ein X genau dann, wenn x folgende Bedingungen erfüllt: …,

wobei eventuell der Begriff „Y" gar nicht explizit verwendet wird, sondern es stillschweigend *unterstellt* wird, dass die x'e aus der Menge der Y's stammen. Der Begriff „Y" sagt uns, welcher *Art* ein x angehören muss, damit sich die Frage überhaupt stellt, ob x ein X ist. Insbesondere erfahren wir durch die Erläuterung, dass die relevanten x'e der Art Y angehören müssen, etwas darüber, vor welchem epistemischen Hintergrund die Definition zu sehen ist. – Analoges gilt, wenn wir nicht einen Begriff „X", sondern einen Relationsausdruck „R" explizieren wollen.

Wir kriegen aber Probleme bei der Angabe eines geeigneten Begriffs „Y", wenn wir explizite Definitionen für *Grundbegriffe*[18] des verwendeten epistemischen Hin-

[16] Dem aufmerksamen Leser wird auch aufgefallen sein, dass ich schon die ganze Zeit skrupellos zwischen den beiden Betrachtungsweisen hin und her gesprungen bin und etwa den Unterschied zwischen Eigenschaften und Prädikaten missachtet habe.

[17] eine Abwandlung von Freges ‚Cæsar-Problem' (Frege 1961, § 56; vgl. Shapiro 2000, 112, 264 ff.)

[18] In gewissem Sinne steht nicht immer eindeutig fest, welches die Grundbegriffe eines bestimmten Hintergrundes sind, weil oft Begriffe wechselseitig durch einander definierbar sind (ähnlich wie All- und Existenzquantor oder „notwendig" und „möglich"). Das ist hier aber irrelevant, weil man das Definitionsproblem bekommt, welche auch immer man gerade als ‚die' Grundbegriffe auffasst.

tergrundes liefern sollen, Begriffe für grundlegende Arten, Eigenschaften und Beziehungen des Hintergrundes – also u. a. die Sorte von Begriff, die sonst selbst in der Y-Rolle erscheint. Und wenn Otto lange genug fragt, stößt er *zwangsläufig* auf solche Grundbegriffe, die bei dem jeweiligen Hintergrund einfach vorausgesetzt werden: Wenn wir uns mit Pferden und Einhörnern beschäftigen, wie sollen wir „Lebewesen" oder gar „physikalischer Gegenstand" explizieren? Wenn wir über die Arithmetik der natürlichen Zahlen reden, wie sollen wir „natürliche Zahl" und „Nachfolger von" explizieren (vorausgesetzt, wir haben die Nachfolgerfunktion schon benutzt, um die übrigen Funktionen und Relationen zu definieren)? Wenn wir Mengenlehre betreiben, wie sollen wir „Menge" oder „Element von" explizieren?

Die Methode der traditionellen Ontologie haben wir (zumindest für viele Fälle) bereits verworfen: uns neue, noch fundamentalere Begriffe aus den Fingern zu saugen, womit wir das Problem nur verlagern würden. Bei der semantischen Betrachtungsweise steht uns aber neben der expliziten Definition noch eine weitere Methode zur Verfügung: die *implizite* oder *funktionale* Definition. Anstatt zu sagen: „X'e sind gerade *diejenigen* Y's, mit denen es sich so und so verhält", sagen wir bloß: „Mit den X'en verhält es sich so und so." Wir geben bloß *Eigenschaften* der X'e an, keine *Art* Y, der sie angehören müssen (und an der dann die Aufgabe hängenbleibt festzulegen, was für Dinge X'e *eigentlich* sind); wir sagen bloß, *wie* X'e sind, nicht *was* sie sind; wir sagen bloß, was man mit X'en *machen* kann.

Dies entspricht der *axiomatischen Methode* in der Mathematik. Wir können etwa die natürlichen Zahlen durch die Peano-Axiome charakterisieren oder die Mengen durch die Zermelo–Fraenkel-Axiome (plus …?). Solche Axiomensysteme bauen immer noch auf gewissen Voraussetzungen auf (etwa dass man die Nachfolger-Funktion als eine Funktion begreift und weiß, wie Funktionen funktionieren; und natürlich, dass man mit dem verwendeten logischen Vokabular umgehen kann), aber sie nehmen nicht auf einen schon anderweitig vorgegebenen Gegenstandsbereich Bezug, aus dem die zu charakterisierenden Gegenstände entstammen sollen. – Allgemeiner können wir *Sorten* von mathematischen Systemen durch geeignete Axiome charakterisieren, z. B. Gruppen, topologische Räume, Kategorien.

Um die Funktionsweise impliziter Definitionen deutlicher zu machen, wechsle ich in die Philosophie der Mathematik hinüber.

3 Strukturen und Systeme

Eine Menge[19] von Gegenständen zusammen mit gewissen dazugehörigen ‚Universalien' (Funktionen, Eigenschaften, Relationen)[20] nenne ich, Shapiro 2000 (S. 259) folgend, ein *System*; und eine implizite Definition beschreibt eine *Struktur* (oder einen Typ von Strukturen, z. B. den der Gruppen), die geeignete Systeme *haben* oder nicht.[21] Eine implizite Definition eines Systems sagt uns nicht, *wo* (unter welchen bereits bekannten Gegenständen) wir nach den neuen Gegenständen suchen müssen, sondern nur, *wonach* wir suchen müssen (nach einem System, das die betreffende Struktur hat, d. h. dessen Gegenstände und Universalien sich so und so verhalten), bzw. woran wir die neuen Gegenstände *erkennen* sollen.

[19] oder besser: einen *Bereich*, für den Fall des Mengenuniversums?

[20] also was in der Modelltheorie eine $\mathcal{L}$-*Struktur* hieße, wobei $\mathcal{L}$ hier die modelltheoretische Entsprechung zum jeweiligen Vokabular ist

[21] Achtung, Meta-Universalien-Alarm!

Was bringen uns implizite Definitionen? Verglichen mit expliziten Definitionen haben sie auf den ersten Blick den Nachteil, dass sie die meisten ontologischen Fragen offen lassen. Wir wollten wissen, was X'e *sind*, ob (und gegebenenfalls wie) sie existieren und worin die zugehörigen Universalien bestehen. Aber implizite Definitionen geben uns lediglich einige strukturelle, formale, relationale Bedingungen an, denen putative X'e und ihre Universalien genügen müssen; sie beantworten unsere Fragen also offenbar gar nicht.

Es ist i.a. noch nicht einmal leicht herauszufinden, ob die angegebenen Bedingungen überhaupt widerspruchsfrei sind. – Und wenn sie es sind, *existieren* dann auch Systeme, von denen sie erfüllt werden? – Verwenden wir „existieren" für den Augenblick so wie der Mathematiker; dann gibt uns der Gödelsche Vollständigkeitssatz für die Prädikatenlogik 1. Stufe[22] die Antwort: *Ja.* Jede konsistente Satzmenge Σ ist erfüllbar, d.h. besitzt ein *Modell*; d.h. es gibt ein System, das die von Σ beschriebene Struktur hat. Allerdings gibt es, wenn *ein* Modell existiert, immer gleich unendlich viele. Welches davon enthält nun *die* X'e, welches ist das von uns *intendierte* System? Diese Unklarheit sieht der Mathematiker nicht als Problem an. Ihm genügt es, wenn durch seine implizite Definition ein System *bis auf Isomorphie* eindeutig festgelegt wird.[23] Das bedeutet, dass alle Systeme, auf die die implizite Definition passt, zueinander *isomorph* („strukturgleich") sind; und das wiederum heißt, dass man die Gegenstände zweier Systeme einander eins zu eins zuordnen kann auf eine Weise, dass sich die zugehörigen Universalien auf den beiden Gegenstandsbereichen genau gleich verhalten für einander zugeordnete Objekte. Wenn zwei Systeme zueinander isomorph sind, dann ist das eine sozusagen wie eine Kopie oder ein Abdruck des anderen – jedenfalls was die verwendeten Universalien angeht.

Betrachten wir ein Beispiel. Nehmen wir an, unser Vokabular enthält an Zeichen für Universalien einen Prädikatbuchstaben G und ein zweistelliges Relationszeichen K (wie vorher). Wir beschreiben eine Struktur durch die folgende implizite Definition:

- Es gibt genau drei Gegenstände a, b, c.
- Es gilt Ga, Gb, aber nicht Gc.
- Es gilt $\mathsf{a\,K\,b}$, $\mathsf{b\,K\,c}$ und $\mathsf{a\,K\,c}$ (und ansonsten steht nichts in der K-Beziehung).

Nennen wir diese Struktur die G-K-*Struktur* und Systeme, die die G-K-Struktur haben, G-K-*Systeme*. Ein G-K-System ist z.B. das System bestehend aus dem Gegenstandsbereich $\{2, 4, 5\}$, der Eigenschaft, *gerade* zu sein, und der *Kleiner*-Relation (für Zahlen). Dann hat offenbar die 2 die Rolle des a, die 4 die des b und die 5 die des c aus der Definition. – Ein weiteres G-K-System besteht aus dem Gegenstandsbereich $\{\text{Ludwig}, \text{Jacob}, \text{Christopher}\}$ zusammen mit der Eigenschaft, *promoviert* zu sein, und der *Kleiner*-Relation (für Menschen). Hier haben Ludwig, Jacob bzw. Christopher die Rollen von a, b resp. c.

[22] für den man allerdings die Mengenlehre schlucken muss

[23] Ich unterschlage hier ein Problem, zu dem ich noch keine durchdachte Meinung habe. Der Vollständigkeitssatz liefert uns zwar Systeme, aber der Satz von Löwenheim–Skolem impliziert, dass es zu viele davon gibt: Strukturen mit unendlichen Gegenstandsbereichen können wir in der Logik der 1. Stufe eben *nicht* bis auf Isomorphie festlegen. (Hat ein Axiomensystem *ein* Modell mit unendlichem Gegenstandsbereich, dann hat es Modelle in *jeder* unendlichen Kardinalität; und zwischen Systemen verschiedener Kardinalität gibt es keine Bijektionen, von Isomorphismen ganz zu schweigen.) Eindeutigkeit bis auf Isomorphie erhalten wir erst bei Verwendung der Prädikatenlogik 2. Stufe – bei der nur leider nicht ganz klar ist, wie sie funktioniert. (Oder wo liegt das Problem?)

Die beiden Systeme sind isomorph zueinander, weil unter der Zuordnung

$$\begin{aligned} 2 &\mapsto \text{Ludwig}, \\ 4 &\mapsto \text{Jacob}, \\ 5 &\mapsto \text{Christopher}, \end{aligned}$$

die G-Eigenschaft und die K-Beziehung beide erhalten bleiben: Was im zweiten System promoviert ist, ist genau dem zugeordnet, was im ersten gerade ist; was im zweiten System in der einen Kleiner-Beziehung steht, ist genau dem zugeordnet, was im ersten in der anderen Kleiner-Beziehung steht.

Neben den jeweiligen G- und K-‚Realisierungen' gibt es auch viel, worin sich die Gegenstände der beiden Systeme unterscheiden: Die Zahlen kann man addieren, die Menschen nicht; die Menschen haben bestimmte Haarfarben, die Zahlen nicht. Aber das beeinträchtigt die Isomorphie der beiden Systeme nicht, weil es nur um Isomorphie *bezüglich* G *und* K ging. (Es gibt immer nur Isomorphie bezüglich der Termini eines bestimmten Vokabulars, wie sie in der impliziten Definition vorkommen und für die die betrachteten Systeme dann entsprechende Universalien – Interpretationen, ‚Realisierungen' – beinhalten müssen.)

Warum ist nun für den Mathematiker ein System so gut wie das (isomorphe) andere, wenn sie doch so unterschiedlich sind? – Weil es ihm nur auf das ankommt, was ihnen *gemeinsam* ist: die Struktur (bezüglich des verwendeten Vokabulars). So gibt es verschiedene Arten, mengentheoretisch die natürlichen Zahlen zu konstruieren.[24] In der Zermeloschen (expliziten) Definition werden $\emptyset$, $\{\emptyset\}$ und $\{\{\emptyset\}\}$ als die Zahlen 0, 1 und 2 verwendet; von Neumann hingegen benutzt dafür $\emptyset$, $\{\emptyset\}$ und $\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$.[25] Man könnte denken, das deute darauf hin, dass die 0 ‚in Wirklichkeit' die leere Menge $\emptyset$ ist; während noch herauszufinden sei, ob die 2 jetzt ein oder zwei Elemente enthält.[26] Tatsächlich kümmern solche Fragen den Mathematiker aber nicht im geringsten, wenn er sich mit den natürlichen Zahlen als solchen beschäftigt (und nicht mit ihrer Konstruierbarkeit in der Mengenlehre). Worauf es ihm ankommt, ist dann bloß, wer Nachfolger von wem ist, was die Ergebnisse bestimmter Additionen und Multiplikationen sind, was wodurch teilbar ist, was prim ist, wieviele Primzahlzwillinge[27] es gibt und dergleichen mehr.

Ist der Mathematiker also an ontologischen Fragen einfach nicht interessiert? Ist es ihm egal, was die Zahlen (oder z. B. die Mengen) in Wirklichkeit sind? – Im Gegenteil (würde der Strukturalist[28] antworten): Er *weiß*, was die Zahlen sind. Er weiß, wie die Zahlen *funktionieren*, was er mit ihnen machen kann; und das ist alles, worauf es ankommt. Die Frage, ob Zahlen diese oder jene Elemente haben, stellt sich genauso wenig wie die, was für eine Haarfarbe sie haben.[29] Beides ist nicht Bestandteil des epistemischen Hintergrundes der Arithmetik. Wie die Zahlen funktionieren (welche Gesetze für die Nachfolgerfunktion, die Addition, die Multiplikation, die Kleiner-Relation gelten, welche besondere Rolle die 0 und die 1 spielen – also das,

[24] vgl. Shapiro 2000, 265

[25] Zermelos Nachfolger-Operation ist $x' := \{x\}$, von Neumann setzt $x' := x \cup \{x\}$.

[26] vgl. Benacerraf 1965; Shapiro 2000, 265 f.

[27] Paare von Primzahlen, die sich um 2 unterscheiden, wie z. B. 3 und 5 oder 11 und 13

[28] jemand, der in der Philosophie der Mathematik die Position vertritt (die im Folgenden etwas näher erläutert wird), dass die Mathematik die Wissenschaft von den *Strukturen* oder *Mustern* („patterns") ist

[29] Für Frege stellten sich derlei Fragen durchaus, weil er, wie der traditionelle Ontologe, noch hoffte, einen umfassenden epistemischen Hintergrund für *alles* zu finden. Seine irreduziblen Meta-Universalien waren „Funktion"/„Begriff" und „Gegenstand".

was in einer impliziten Definition steht bzw. daraus folgt), das ist es, was die Zahlen *ausmacht*.

Das ist verwirrend. Wenn doch *viele* verschiedene Systeme so funktionieren, wie die Peano-Axiome verlangen, also die beschriebene Struktur haben, also das haben, ‚was die natürlichen Zahlen ausmacht', wieso gibt es dann nicht *viele* verschiedene Sorten von natürlichen Zahlen, manche mit Elementen, manche ohne, manche vielleicht sogar mit Haaren?

Die Verwirrung rührt von sprachlichen Schwierigkeiten her. Die Aufgabe einer impliziten Definition der X'e hatte ich so dargestellt, dass sie durch Angabe von hinreichend vielen Eigenschaften der X'e (also durch Beschreibung einer ganz bestimmten *Struktur* für das System der X'e) festlegt, was die X'e *sind*. Es sollte also durch die Beschreibung eines Universales für Systeme *ein* bestimmtes System herausgepickt werden, das dann *die* X'e zum Gegenstandsbereich haben würde. Tatsächlich aber haben wir dadurch bestenfalls nur eine bestimmte (riesige) *Isomorphieklasse*[30] herausgepickt. – Sind wir also völlig am Ziel vorbeigeschossen? – Nein, würde der Strukturalist antworten, es war bloß die Aufgabe der impliziten Definition missverständlich dargestellt. In Wirklichkeit interessiert sich der Mathematiker nämlich gar nicht für die vielen einzelnen Systeme *mit* der betreffenden Struktur, er interessiert sich nur für die Struktur *an sich*.

Um klarer herauszuarbeiten, was denn nun für den Mathematiker die X'e sind, für die er sich interessiert, müssen wir diesen Zusammenhang zwischen Struktur und exemplifizierenden Systemen genauer unter die Lupe nehmen. In den G-K-Systemen etwa gibt es je drei Gegenstände, die jeweils besondere funktionale Rollen im betreffenden System spielen. So spielte im einen System die 2, im anderen Ludwig die Rolle des a, also die Rolle des K-minimalen (‚kleinsten') Gegenstandes, die auch als die Rolle des K-kleineren G-Objektes beschreibbar ist. Durch die G-K-Struktur sind also noch weitere Meta-Universalien festgelegt: die *Rollen* des a, des b und des c in der G-K-Struktur. Shapiro (2000) verwendet für solche Rollen auch die Bezeichnungen „Position" (S. 258) und „Platz (in einer Struktur)" („place", S. 261) und vergleicht sie mit Ämtern („offices", S. 263) in einer Organisation, in Gegenüberstellung zu deren wechselnden Inhabern. Die Peano-Axiome legen ebenfalls solche Rollen fest, auch wenn davon nicht alle gleich mit einem Namen versehen werden. So spielt etwa die 0 die Rolle des einzigen vorgängerlosen Objektes, die zugleich auch die Rolle des Neutralelements der Addition ist.[31]

Aber halt: *Spielt* die 0 diese Rolle oder *ist* sie die Rolle? – Hier liegt des Pudels Kern. Man kann zwar einerseits diese Rollen als Universalien verwenden; dann bezieht man sich z. B. auf dieses oder jenes G-K-System und redet darüber, welcher Gegenstand jeweils die a-Rolle im System innehat, usw. Dies nennt Shapiro (2000, 268) die *places-are-offices*-Perspektive. Ich werde stattdessen die m. E. suggestivere Bezeichnung „*Plätze* (oder *Rollen*) *als Eigenschaften*"[32] verwenden. Aus diesem Blickwinkel benutzt man Bezeichnungen für Plätze in Strukturen nur, um über Gegenstände in bestimmten Systemen zu reden.

Man kann aber andererseits auch ohne Bezugnahme auf ein konkretes System über die Plätze in einer Struktur reden: „In der G-K-Struktur gibt es drei Plätze, von denen zwei sich bezüglich G nicht unterscheiden." – „In der durch die Peano-

[30] grob gesagt, die Menge derjenigen Systeme, die die beschriebene Struktur haben

[31] D. h. die 0 ist dasjenige x, für das gilt: $y+x = y$ für alle y.

[32] Genau genommen handelt es sich nicht um Eigenschaften, sondern um *Beziehungen* zwischen je einem Gegenstand x und einem System S, z. B. „x spielt im G-K-System S die a-Rolle" oder kürzer: „x ist das a des G-K-Systems S".

Axiome festgelegten Struktur gibt es abzählbar unendlich viele Plätze, die durch die Kleiner-Relation in eine diskrete lineare Ordnung ohne Maximum gebracht werden.“ Dies nennt Shapiro (2000, 268) die *places-are-objects*-Perspektive, und ich sage dazu: „*Rollen* (oder *Plätze*) *als Gegenstände*“. Aus diesem Blickwinkel bilden die Plätze selbst den Gegenstandsbereich, und die Beziehungen, die zwischen den Plätzen bestehen, sind die zugehörigen Universalien.[33] Wir behandeln sozusagen die Struktur selbst als ein weiteres System, das diese Struktur hat.

Das Besondere an diesem ‚System' ist, dass seine ‚Gegenstände' offenbar keine unerwünschten Zusatzeigenschaften haben – oder? Der 2-Platz in der Zahlenstruktur hat jedenfalls weder Elemente noch Haare; aber dafür wird er von allen möglichen Gegenständen (jeweils in geeigneten Systemen) *exemplifiziert*! Dass die 2 von irgendwelchen Gegenständen exemplifiziert wird bzw. dass diese ‚die Eigenschaft 2 haben', klingt zunächst auch nicht besser als „die 2 hat ein Element“ oder „die 2 hat weder Haare noch eine Glatze“. Das liegt jedoch nur an der ungewohnten Ausdrucksweise. Tatsächlich reden wir im Alltag durchaus über ‚die Nummer 2 der Tennis-Weltrangliste' oder ‚die Nummer 2 in der Hitparade', d.h. wir fassen einen Gegenstand als die 2 eines bestimmten Systems auf (nicht als *die* 2 simpliciter, sondern als *eine* 2, nämlich die des betreffenden *Systems*). Natürlich halten wir die Tennis-Weltrangliste nicht für unendlich lang, und wir verwenden hier auch nur die ordinalen Eigenschaften der Zahlen (kleiner – größer), nicht ihre algebraischen (Addition, Multiplikation). Bessere Beispiele sind Strichfolgen, die Zahlworte oder die Dezimalzahlen (die nicht spezielle Zahlen sind, sondern nur eine spezielle Notation für die Zahlen). Wir brauchen ja, wann immer wir über ‚konkrete' Zahlen reden wollen, irgendwelche Bezeichnungen für Zahlen, und die bilden dann tatsächlich selbst ein Zahlensystem.[b][34]

[b] zusammen mit welchen Universalien?

In welchem Sinne legen nun die Peano-Axiome fest, was *die* natürlichen Zahlen sind? Gibt es überhaupt *die* natürlichen Zahlen, oder nur viele verschiedene *Sorten* von natürlichen Zahlen? – Indem sie eine bestimmte Struktur beschreiben, legen die Axiome fest, was *die* natürlichen Zahlen sind, nämlich die Plätze in dieser Struktur. Zugleich sagen uns die Axiome damit aber auch, was *natürliche Zahlen* (ohne den bestimmten Artikel „die“) sind, nämlich die Gegenstände, die in einem *System* mit dieser Struktur die entsprechenden Plätze besetzen. Allgemein: In der Mathematik sagt uns eine implizite Definition für (die) X'e, was *die* X'e sind (Plätze als Gegenstände), und zugleich, was *X'e* sind (Inhaber solcher Plätze-als-Eigenschaften). Zermelos natürliche Zahlen sind natürliche Zahlen, aber nicht *die* natürlichen Zahlen; und dasselbe gilt für von Neumann.

Kommen wir zurück zu den ontologischen Fragen; zunächst zu denen der Mathematik: Was *sind* Strukturen? Was sind Systeme? Gegen Anfang dieses Abschnitts hatten wir uns vorläufig zugestanden, „Existenz“ (wie in der Mathematik üblich) relativ unkritisch zu gebrauchen. In diesem Sinne ‚gibt' es viele Systeme, die eine gegebene konsistente implizite Definition erfüllen, d.h. die betreffende Struktur haben. Aber was sind diese Systeme? Was für Entitäten sind etwa die Systeme, die uns der Gödelsche Vollständigkeitssatz in den Schoß legt (von möglichen *nicht*-mathematischen Systemen ganz zu schweigen)? – Letzten Endes komplizierte Mengen. – Und was sind Mengen? – Bewohner des Mengenuniversums, also Plätze in

[33] Diese Art, Universalien als Gegenstände zu behandeln, erinnert an Frege: „[D]er Begriff *Pferd* ist kein Begriff“ (Frege 1892, 71) – weil in der Bezeichnung „der Begriff *Pferd*“ die ‚Ergänzungsbedürftigkeit' verlorengegangen ist, die bei Frege Begriffe bzw. Funktionen auszeichnet. In diesem Sinne wäre die 2 (die Eigenschaft, das 2-Objekt eines Zahlensystems zu sein) keine Eigenschaft, sondern ein Gegenstand.

[34] Das war vermutlich eine wichtige Motivation für den *Formalismus* in der Philosophie der Mathematik.

der umfassendsten Struktur, die die Mathematik normalerweise betrachtet.[35] – Also dann: Was sind *Strukturen* und was sind *Plätze* in Strukturen? Existieren sie überhaupt?

Shapiro bemüht sich nur insoweit darum zu erklären, was Strukturen *sind*, als er Methoden behandelt, die mathematischen Gegenstände von den ‚normalen' abzuschotten,[36] um dem Cæsar-Problem und Fragen nach der Haarfarbe von Zahlen auszuweichen. Damit sympathisiere ich: Gewisse seltsame Fragen gehören einfach keinem vernünftigen epistemischen Hintergrund an. Shapiro unternimmt keine Anstrengungen, eine explizite Definition für den Strukturbegriff anzugeben. Stattdessen kümmert er sich hauptsächlich um die verschiedenen möglichen Strategien, mit der *Existenz*frage umzugehen. Die hier auftauchenden Vorschläge erinnern weitgehend an die bekannten Versuche, das Universalienproblem zu lösen. Alle erfreuen sich einer gewissen Plausibilität und alle lassen viel zu wünschen übrig.

Shapiro und Resnik vertreten den Standpunkt, dass Strukturen und Plätze in Strukturen vollwertige Entitäten[37] sind, die unabhängig von anderen Entitäten, Systemen, Gegenständen existieren. Sie brauchen keine sie realisierenden Systeme, um zu existieren. Man darf also die Plätze-als-Gegenstände-Redeweise für bare Münze nehmen. Dies ist sozusagen die platonistische bzw. universalienrealistische Variante: *ante rem*-Strukturalismus. Entsprechend erbt diese Position die Probleme des Universalienrealismus: Sie hat keine befriedigenden Antworten auf die Fragen, was Strukturen eigentlich sind und wie es möglich ist, dass wir Wissen über sie haben können und dass wir dieses Wissen in der Welt anwenden können. Sympathisch an ihr ist, dass sie den Intuitionen des Mathematikers entgegenkommt: Dieser will sich seine schönen Strukturen von niemandem madig machen lassen; er hält es für irregeleitet, wenn Philosophen der Existenz mathematischer Gegenstände über die üblichen mathematischen Kriterien hinaus noch weitere Hürden in den Weg legen wollen.

In re-Strukturalisten hingegen leugnen die unabhängige Existenz mathematischer Gegenstände:[38] Strukturen und Plätze gibt es nur insofern, als sie von bestimmten Systemen und Gegenständen exemplifiziert bzw. eingenommen werden. Dies ist die aristotelische Variante. Die Plätze-als-Gegenstände-Redeweise ist hier nur eine abkürzende Sprechweise, um auf einen Schlag über alle *Systeme* mit der jeweiligen Struktur zu reden. Allerdings wird es schwierig, in der physikalischen Welt Systeme zu finden, die hinreichend groß sind, um z. B. das Mengenuniversum zu realisieren. Wenn man also nicht einen Großteil der Mathematik über Bord werfen möchte, muss man geeignete Systeme irgendwo anders herzaubern.

Eine Möglichkeit, dies zu tun, ist, einfach die Existenz eines hinreichend großen Systems (etwa des Mengenuniversums) zu *postulieren* („ontological eliminative structuralism", S. 272 f.), das dann aber selbst nicht mehr als Struktur aufgefasst werden darf. Wieder wird versucht, eine ontologische Schuld („Strukturen?") zu begleichen, indem man einen windigen Scheck („Mengen!") ausstellt. Motivieren kann man das, wie so vieles, mit dem pragmatischen ‚Unverzichtbarkeitsargument': Wir brauchen

[35] Streng genommen ist nicht klar, wie diese Struktur *genau* beschaffen ist (Auswahlaxiom, Kontinuumshypothese usw.); bzw. es gibt *mehrere* denkbare Mengenuniversen, die eventuell für unterschiedliche Zwecke brauchbar sind. Ob man Ersteres oder Letzteres treffender findet, hängt davon ab, wie man bei der Explikation des Mengenbegriffs vorgehen will.

[36] ontologische Relativität u. ä., s. S. 264 ff.

[37] Shapiro schreibt sogar: „In mathematics, the places of mathematical structures are bona fide *objects*" (S. 269, meine Kursivierung).

[38] Oder ihre Existenz überhaupt? Das ist mir nicht ganz klar geworden; und vielleicht hat Shapiro es auch offen gelassen.

diese Systeme in wichtigen Theorien, deswegen müssen wir von ihrer Existenz ausgehen. („Weil ich das Geld so dringend brauche, muss ich davon ausgehen, dass mein Scheck gedeckt ist.“)

Ein anderer Weg, an exemplifizierende Systeme heranzukommen, besteht darin zu sagen: „Diese großen Systeme gibt es vielleicht nicht wirklich, aber sie *könnten* ja existieren, und über diese möglichen Systeme redet der Mathematiker.“ Das ist Hellmans Position, die Shapiro (S. 273 f.) als „modal eliminative structuralism“ bezeichnet. Sie kommt ontologisch bescheiden daher; aber es ist nur ein schlechter Trick, das Problem von der Existenz auf die Möglichkeit zu verschieben. ‚Möglichkeit‘ in diesem Sinne ist im Grunde nichts anderes als ein erweiterter Existenzbegriff: Existenz in irgendeinem Super-Universum, das neben den aktualen auch noch die ‚möglichen‘ Entitäten enthält.[39] Weiter scheint es, als hätte die Mathematik uns dann für die aktuale Welt, wo die gewünschten großen Systeme *nicht* existieren, nur sehr wenig zu sagen. Außerdem muss Hellman sich auf einen Begriff von (logischer) Möglichkeit berufen, der – anders als in der Mathematischen Logik normal – nicht auf der Mengenlehre beruht. Er wählt die übliche Sorte Ausweg: „[H]e takes the logical notions as primitive“ (Shapiro 2000, 275).

Beide Typen von eliminativem Strukturalismus haben darüber hinaus die Probleme des Nominalismus: Wenn es Strukturen nicht gibt, was ist es dann, was isomorphe (mögliche) Systeme miteinander gemein haben? Und natürlich stellen sich wieder die epistemologischen Fragen: Wie können wir etwas über abstrakte Systeme und über die Möglichkeit von Systemen wissen?

Eine denkbare Position, die bei Shapiro nicht vorkommt und die vielleicht auf den ersten Blick plausible Antworten auf die epistemologischen Fragen hätte, ist ein *idealistischer* oder *konzeptualistischer* Strukturalismus. Dessen Vertreter würde sagen: „Strukturen sind mentale Konstrukte; sie hängen ab vom Geist des Mathematikers.“[40] Ob man das dann eliminativistisch („In Wirklichkeit gibt es keine Strukturen, sondern stattdessen bloß mentale Konstrukte“) oder reduktionistisch („Es gibt Strukturen, aber sie sind nichts weiter als mentale Konstrukte“) verstehen will, ist Geschmackssache. Wenn mathematische Gegenstände bloß in unseren Köpfen existieren, dann scheint es jedenfalls einfach zu sein, Wissen über sie zu erlangen: Wir müssen nur unser Denken beobachten. Das passt gut zu der Tatsache, dass wir Mathematik i. a. nicht empirisch, sondern denkend (unter Zuhilfenahme von Papier oder Tafel) betreiben. In diesem Fall ist jedoch unklar, wie es kommt, dass über mathematische Sachverhalte zwischen verschiedenen Mathematikerköpfen so große Übereinstimmung herrscht und dass das offenbar psychologische oder phänomenologische Wissen über mathematische Gegenstände so nutzbringend auf weltliche Probleme anwendbar ist.

Alle diese Vorschläge sind unbefriedigend. Aber was sind Strukturen dann? – Nun, tatsächlich ist es so, dass Strukturen einfach fundamentale, irreduzible Aspekte des Wesens des Seins sind – nein, war nur ein Scherz. Der Strukturalismus, für mich der beste Ansatz in der Philosophie der Mathematik, hat noch keine brauchbare Erklärung für seine Grundbegriffe *Struktur* und *Platz*. Den Versuch, entsprechende Entitäten aus dem Nichts hervorzuzaubern, haben wir als zwecklos erkannt; aber gleichzeitig haben wir die Hoffnung nicht aufgegeben, eine informative Erklärung zu finden. Wünschenswert wäre außerdem, wenn diese Erklärung mit einer

[39] Dieses Argument geht ins Leere, denn offenbar beruft sich Hellman nicht wirklich auf ‚mögliche Systeme‘ im kritisierten Sinne, sondern redet nur darüber, welche Eigenschaften Systeme, die unter bestimmte Beschreibungen fallen, notwendigerweise haben müssen.

[40] vgl. Dehaene 1997

Lösung für die epistemologische und die Anwendungsfrage Hand in Hand ginge. Und schließlich sollte sie in ein naturalistisches Weltbild passen.

Was hat uns nun dieser Ausflug in die drögen Gefilde der Mathematik für unsere allgemein-ontologischen Fragen gebracht? – Erstens halte ich das mathematische Strukturenproblem für einen vergleichsweise übersichtlichen Spezialfall des Universalienproblems. Es ist ein Modellfall, der uns Hinweise für unser Vorgehen im allgemeinen Fall geben kann. Beispielsweise glaube ich, dass die Lösung für das Universalienproblem eher auf impliziten als auf expliziten Definitionen beruhen muss. Zweitens halte ich es für eine schlechte Taktik, die Ontologie der Mathematik getrennt von der der ‚realen Welt' behandeln zu wollen, denn dann besteht die Gefahr, dass man am Ende mit zwei grundverschiedenen Begriffen von Existenz dasteht, die nichts miteinander zu tun haben, und das sollte für den Ontologen unbefriedigend sein. Drittens wollte ich auch einfach mal meine Gedanken zur Philosophie der Mathematik sortieren.

A Zur wechselseitigen Reduzierbarkeit traditioneller ontologischer Theorien

Ein universalienrealistisches Modell hat die Gestalt

$$\langle U_R, \mathcal{D}_R, \mathcal{U}, \mathcal{E} \rangle,$$

wo U_R das erweiterte Universum des Universalienrealisten ist, $\mathcal{D}_R$ die Extension des Meta-Universales *Einzelding* (laut universalienrealistischer Theorie), $\mathcal{U}$ die Extension von *Universale* und $\mathcal{E}$ die Meta-Relation *exemplifiziert* zwischen Einzeldingen und Universalien (aufgefasst als Meta-Menge von Meta-Paaren). Ich möchte zeigen, wie man aus einem solchen Modell ein tropentheoretisches Modell konstruieren kann, das genau dieselben gewöhnlichen Sachverhalte liefert. Tropentheoretische Modelle haben die Gestalt

$$\langle U_T, \mathcal{D}_T, \mathcal{T}, \mathcal{H}, \mathcal{G} \rangle,$$

wo U_T das erweiterte Universum des Tropentheoretikers ist, $\mathcal{D}_T$ die Extension des Meta-Universales *Einzelding* (laut tropentheoretischer Theorie), $\mathcal{T}$ die Extension von *Trope*, $\mathcal{H}$ die Meta-Relation *hat* zwischen gewöhnlichen Einzeldingen und Tropen und $\mathcal{G}$ die Meta-Relation *gleicht* (wieder jeweils aufgefasst als Meta-Mengen von Meta-Paaren).

Als Ersatz-Tropen wählen wir zunächst die Paare von Einzeldingen x und Universalien u, wo u von x exemplifiziert wird:

$$\mathcal{T} \;:=\; \big\{ \langle x, u \rangle \in \mathcal{D} \times \mathcal{U} \;\big|\; x \,\mathcal{E}\, u \big\}.$$

Damit können wir angeben, was für den Tropentheoretiker die Einzeldinge sind, nämlich die Einzeldinge des Realisten zuzüglich der Tropen:

$$\mathcal{D}_T \;:=\; \mathcal{D}_R \cup \mathcal{T}.$$

Das Universum des Tropentheoretikers besteht gerade aus seinen Einzeldingen:

$$U_T \;:=\; \mathcal{D}_T.$$

Ein Einzelding x hat eine ‚Trope' $\langle y, u\rangle$ genau dann, wenn $x = y$ ist:

$$\mathcal{H} \;:=\; \Big\{ \big\langle x, \langle x, u\rangle \big\rangle \;\Big|\; \langle x, u\rangle \in \mathcal{T} \Big\}.$$

Und zwei Tropen $\langle x, u\rangle$, $\langle y, u'\rangle$ gleichen sich schließlich genau dann, wenn $u = u'$ ist:

$$\mathcal{G} \;:=\; \Big\{ \big\langle \langle x, u\rangle, \langle y, u\rangle \big\rangle \;\Big|\; \langle x, u\rangle,\ \langle y, u\rangle \in \mathcal{T} \Big\}.$$

Nehmen wir umgekehrt ein tropentheoretisches Modell als gegeben an, können wir daraus folgendermaßen ein entsprechendes universalienrealistisches Modell konstruieren. Als Einzeldinge verwenden wir alle tropentheoretischen Einzeldinge, die keine Tropen sind:

$$\mathcal{D}_R \;:=\; \mathcal{D}_T \setminus \mathcal{T}.$$

Die Meta-Beziehung des Gleichens ($\mathcal{G}$) ist eine Meta-Äquivalenzrelation auf der Menge der Tropen; wir können also die Universalien als die $\mathcal{G}$-Meta-Äquivalenzklassen $[t]_{\mathcal{G}} = \{\, t' \in \mathcal{T} \mid t' \,\mathcal{G}\, t \,\}$ definieren:

$$\mathcal{U} \;:=\; \mathcal{T}/\mathcal{G} \;=\; \big\{\, [t]_{\mathcal{G}} \;\big|\; t \in \mathcal{T} \,\big\}.$$

Als Entitäten verwenden wir die normalen Einzeldinge zuzüglich der Universalien:

$$U_R \;:=\; \mathcal{D}_R \cup \mathcal{U},$$

und Einzeldinge x exemplifizieren ‚Universalien' $[t]_{\mathcal{G}}$ genau dann, wenn sie eine der darin enthaltenen (t gleichenden) Tropen haben:

$$\mathcal{E} \;:=\; \Big\{ \big\langle x, [t]_{\mathcal{G}} \big\rangle \in \mathcal{D}_R \times \mathcal{U} \;\Big|\; \text{ex. } t' \in [t]_{\mathcal{G}}, \text{ so dass } x \,\mathcal{H}\, t' \Big\}.$$

Literatur

Armstrong, D[avid] M. 1989. *Universals: An Opinionated Introduction*. Focus Series. Boulder (Col.)/San Francisco/London: Westview Press.

Benacerraf, Paul. 1965. „What Numbers Could not Be". *Philosophical Review* 74:47–73. Nachgedruckt in Benacerraf und Putnam 1983, 272–94.

———, und Hilary Putnam, Hrsg. 1983. *Philosophy of Mathematics: Selected Readings*. Second edition. Cambridge University Press. Originalausgabe 1964.

von Bülow, Christopher. 2003. Auf Neuraths Schiff um die Welt! Vorschlag für eine ‚anbindende' Ontologie. `www.uni-konstanz.de/FuF/Philo/Philosophie/philosophie/88-0-NoName.html/neurath.pdf`.

Carnap, Rudolf. 1950. "Empiricism, Semantics, and Ontology." *Revue Internationale de Philosophie* 4 (11): 20–40 (Januar). Wiederabgedruckt in Carnap 1956, 205–21, und in Benacerraf und Putnam 1983, 241–57.

———. 1956. *Meaning and Necessity: A Study in Semantics and Modal Logic*. Second edition. Chicago (Ill.)/London: University of Chicago Press (Phoenix Books). First edition 1947.

Dehaene, Stanislas. 1997. *The Number Sense: How the Mind Creates Mathematics*. New York/Oxford: Oxford University Press.

Dennett, Daniel C. 1995. *Darwin's Dangerous Idea: Evolution and the Meanings of Life*. New York: Simon & Schuster.

Frege, Gottlob. 1892. „Über Begriff und Gegenstand". *Vierteljahresschrift für wissenschaftliche Philosophie* 16:192–205. Nachgedruckt in Frege 1962, 66–80.

———. 1899. *Über die Zahlen des Herrn H. Schubert*. Jena: H. Pohle. Nachgedruckt in Frege 1966, 113–38; Verweise beziehen sich auf den Nachdruck.

———. 1961. *Die Grundlagen der Arithmetik: Eine logisch-mathematische Untersuchung über den Begriff der Zahl*. Darmstadt: Wissenschaftliche Buchgesellschaft.

———. 1962. *Funktion, Begriff, Bedeutung: Fünf logische Studien*. 5. Auflage 1980. Kleine Vandenhoeck-Reihe 1144. Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht. Herausgegeben von Günther Patzig.

———. 1966. *Logische Untersuchungen*. 2. Auflage 1976. Kleine Vandenhoeck-Reihe 1219. Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht. Herausgegeben von Günther Patzig.

Friedman, Michael. 1974. „Explanation and Scientific Understanding“. *Journal of Philosophy* 71 (1): 5–19 (Januar).

Loux, Michael J. 1998. *Metaphysics: A contemporary introduction*. Routledge Contemporary Introductions to Philosophy. London/New York: Routledge.

Quine, Willard Van Orman. 1960. *Word and Object*. Cambridge, Mass.: MIT Press. Twenty-fourth printing, 2001.

Resnik, Michael D. 1981. "Mathematics as A Science of Patterns: Ontology and Reference." *Noûs* 15 (4): 529–50 (November).

———. 1982. "Mathematics as a Science of Patterns: Epistemology." *Noûs* 16 (1): 95–105 (März).

Shapiro, Stewart. 2000. *Thinking about Mathematics: The Philosophy of Mathematics*. Oxford: Oxford University Press.